

Risoluzione quesiti luglio 2012

1) Q1

Un'azienda ha un finanziamento del quale gli mancano da restituire due rate le cui quote capitali sono 500.000 Euro ciascuna; ha coperto il rischio di tasso con un IRS con tasso swap del 3%. Sapendo che il Fair Value dell'IRS è nullo e che $i(0, 1) = 2\%$ calcolare $i(0, 2)$ e $i(0, 1, 2)$.

Risoluzione.

Il piano d'ammortamento prevede due quote capitale costanti pari a 500.000 (con debito residuo iniziale pari a 1.000.000). I tassi a pronti valgono:

$$i(0, 1) = 0,02$$

$$i(0, 2) = x$$

e di conseguenza:

$$v(0, 1) = 1,02^{-1} = 0,9804$$

$$v(0, 2) = (1 + x)^{-2}$$

$$i(0, 1, 2) = \frac{v(0, 1)}{v(0, 2)} - 1 = \frac{(1 + x)^2}{1,02} - 1$$

Le quote interessi calcolate col tasso variabile saranno:

$$QIFloat_1 = 1.000.000 \cdot i(0, 1) = 20.000$$

$$QIFloat_2 = 500.000 \cdot i(0, 1, 2) = 500.000 \cdot \frac{(1 + x)^2 - 1,02}{1,02}$$

Le quote interessi calcolate col tasso swap fisso saranno:

$$QIFix_1 = 1.000.000 \cdot 0,03 = 30.000$$

$$QIFix_2 = 500.000 \cdot 0,03 = 15.000$$

Il calcolo del Fair Value (noto) conduce alla relazione seguente:

$$(20.000 - 30.000) \cdot v(0, 1) + \left(500.000 \cdot \frac{(1 + x)^2 - 1,02}{1,02} - 15.000 \right) \cdot v(0, 2) = 0$$

Dobbiamo infine determinare il valore dell'incognita x :

$$\begin{aligned}
& -10.000 \cdot 0,9804 + \left(500.000 \cdot \frac{(1+x)^2 - 1,02}{1,02} - 15.000 \right) \cdot (1+x)^{-2} = 0 \\
& 500.000 \cdot \frac{1 - 1,02 \cdot (1+x)^{-2}}{1,02} - 15.000 \cdot (1+x)^{-2} = 10.000 \cdot 0,9804 = 9.803,92 \\
& \frac{500.000}{1,02} - 500.000 \cdot (1+x)^{-2} - 15.000 \cdot (1+x)^{-2} = 9.803,92 \\
& \rightarrow (1+x)^{-2} = \frac{480.392,16}{515.000} = 0,9328 = v(0,2) \\
& \rightarrow x = i(0,2) = 0,0354 \\
& \rightarrow i(0,1,2) = \frac{1,0354^2}{1,02} - 1 = 0,0510
\end{aligned}$$

Il piano definitivo sarà perciò:

t	C(t)	D(t)	QIFix(t)	i(0, t)	i(0, t-1, t)	v(0, t)	QIFloat(t)	QITV - QITF	Fair Value
0		1 000 000							
1	500 000	500 000	30 000	2.00%	2.00%	0.9804	20 000	-10 000	0
2	500 000	0	15 000	3.54%	5.10%	0.9328	25 510.20	10 510.20	

2) Q5

In un certo momento il tasso istantaneo vale: 5% per durate comprese tra 0 e 2; 8% per durate comprese tra 2+ e 5; 10% per durate superiori a 5.

Valutare una rendita di otto anni di rata costante posticipata pari a 100 e calcolare quale tasso istantaneo costante avrebbe fornito un valore attuale di 550.

Risoluzione.

Determiniamo i tassi associati ai tassi istantanei:

$$\begin{cases}
\delta_1 = 5\% \rightarrow i_1 = e^{0,05} - 1 = 5,13\% \\
\delta_2 = 8\% \rightarrow i_2 = e^{0,08} - 1 = 8,33\% \\
\delta_3 = 10\% \rightarrow i_3 = e^{0,10} - 1 = 10,52\%
\end{cases}$$

Possiamo suddividere la rendita in tre blocchi tenendo conto della variazione del tasso istantaneo. Il VA della rendita sarà perciò:

$$VA = 100 \cdot a_{\overline{2}|i_1} + 100 \cdot a_{\overline{3}|i_2} \cdot (1+i_1)^{-2} + 100 \cdot a_{\overline{3}|i_3} \cdot (1+i_2)^{-3} \cdot (1+i_1)^{-2} = 592,82$$

Osserviamo che gli ultimi due blocchi sono costituiti da rendite differite perciò dovremo utilizzare un fattore di differimento che tiene conto del valore del tasso riferito al periodo considerato.

Infine, scriviamo l'equazione di equilibrio finanziario

$$550 = 100 \cdot a_{\overline{8}|TIR} = 100 \cdot \frac{1 - (1+TIR)^{-8}}{TIR} \rightarrow 5,5 = \frac{1 - (1+TIR)^{-8}}{TIR}$$

Si ottiene per interpolazione $TIR = 9,17\% \rightarrow \delta = \log(1+TIR) = 8,77\%$.

3) Q6

Un'azienda ha a disposizione un capitale di 100 che può impiegare per 5 anni scegliendo tra i seguenti investimenti:

a. consistente nell'erogazione di un prestito che verrà rimborsato tra 5 anni in unica soluzione e che nel frattempo frutterà interessi al 10% annui;

b. consistente nell'associazione in partecipazione in un'operazione che frutterà 80 tra 3 anni e 55 tra 5 anni.

Scegliere tra le due alternative analizzando il TIR ed il VAN al 9%.

Risoluzione.

Gli scadenziari delle due operazioni sono:

$$a: (-100; 10; 10; 10; 10; 110) / (0; 1; 2; 3; 4; 5)$$

$$b: (-100; 0; 0; 80; 0; 55) / (0; 1; 2; 3; 4; 5)$$

Il TIR dell'operazione *a* è banalmente pari al 10% . Per la seconda operazione dovremo risolvere l'equazione di equilibrio finanziario

$$100 = 80 \cdot v^3 + 55 \cdot v^5$$

Si ottiene per interpolazione $v = 0,9236 \rightarrow TIR = 8,27\%$.

Sulla base del criterio del TIR, la prima operazione è più vantaggiosa (rendimento più elevato).

Calcoliamo infine il VAN delle due operazioni:

$$VAN_a = -100 + 10 \cdot a_{\overline{5}|0,09} + 100 \cdot 1,09^{-5} = 3,8897$$

$$VAN_b = -100 + 80 \cdot 1,09^{-3} + 55 \cdot 1,09^{-5} = -2,4791$$

Il criterio del VAN ($VAN_a > VAN_b$) conferma la convenienza della prima operazione.